UNIVERSIDAD NACIONAL DE UCAYALI

CENTRO PRE UNIVERSITARIO 2026 - III

ÁREA: MATEMATICA

CURSO: GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA

PUCALLPA – PERÚ

ASIGNATURA DE GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA

SEMANA 01:

(Geometría)

1.1. TEORIA

1. SEGMENTO DE RECTA

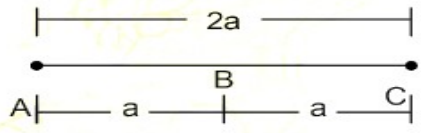
1.1. Definición: Es una porción de recta limitado por dos puntos denominados extremos.

1.2. Notación:

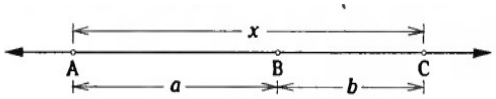
$\overline{AB}$; se lee "segmento de recta AB"

1.3. Punto medio de un segmento

Un punto B se llama punto medio de un segmento AC, si B está entre A y C y se verifica que AB = BC.



1.4. Operaciones con segmentos colineales



Donde:
AB = a
BC = b
AC = x

Adición:
AC = AB + BC $\Longrightarrow$ x = a + b
Sustracción:
AB = AC - BC $\Longrightarrow$ a = x - b
BC = AC - AB $\Longrightarrow$ b = x - a

CEPREUNU

TRABAJANDO EN CLASES

1. En los puntos colineales A, B, C y D se cumple que BC = 5, AC + BD = 20. **Hallar AD.**

   A) 12 B) 13 C) 11 D) 14
   E) 15

2. En una recta se toman los puntos consecutivos A, B y C tal que AB + AC = 18, luego se toma el punto medio M del segmento BC. **Hallar AM.**

   A) 9 B) 7 C) 10 D) 12
   E) 15

3. Sobre una línea recta se consideran los puntos consecutivos A, B, C y D; de modo que: AC = 24m. y BD = 30m. **Hallar la longitud del segmento que une los puntos medios de AB y CD.**

   A) 24 B) 27 C) 22 D) 25
   E) 21

4. Sobre una línea recta se consideran los puntos consecutivos A, B, C y D de modo que: (AB)(BD) + (AC)(CD) = (AD)(BC) y (AB)(CD) = 8. **Calcular la longitud del segmento BC.**

   A) 1 B) 2 C) 3 D) 4
   E) 5

5. Los puntos A, B, C, D y E se encuentran sobre una línea recta de tal forma que BC = 2AB, AD = 20, (AB)(CE) = (AC)(BD). **Encontrar DE.**

   A) 20 B) 30 C) 15 D) 40
   E) 35

6. En una linea recta se marcan los puntos consecutivos A, B y C; luego se toma el punto medio M de BC, **encontrar AM**, si $\frac{(BC)^2}{4}+(AB)(AC)=64.$

A) 10 B) 8 C) 9 D) 18
E) 16

7. En los puntos colineales A, B y C se toma el punto medio M de BC de modo que: $(AB)^2 + (AC)^2 = 26$, **hallar $(AM)^2 + (BM)^2$.**

A) 10 B) 13 C) 26 D) 20
E) 14

8. Sobre una recta se toman los puntos consecutivos A, B, C y D de modo que (AB)(CD) = (AD)(BC), además $\frac{1}{AB}+\frac{1}{AD}=\frac{1}{6}$. **Encontrar AC.**

A) 9 B) 15 C) 12 D) 18
E) 24

CEPREUNU
ACTIVIDAD DOMICILIARIA

9. Se tienen los puntos A, B, C y D colineales y consecutivos tal que: AB = 8 y (AB)(BD) = (AC)(CD). **Calcular: CD.**

A) $4\sqrt{2}$ B) 8 C) 6 D) 12
E) 16

10. Se tienen los puntos colineales y consecutivos A, O, M y B; de modo que AO = OB. **Calcular el valor de la siguiente expresión:**

$$E = \frac{\overline{AM} - \overline{MB}}{\overline{OM}}$$

A) 1/2 B) 1 C) 3/2 D) 2
E) 5/2

11. Se consideran los puntos colineales y consecutivos A, B, C y D tal que B es punto medio de AC y AD = 5BC. Si CD = 12; **calcular AB.**

A) 2,5 B) 3 C) 4 D) 6 E) 5

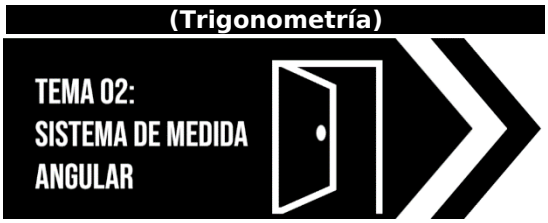
12. En una recta se ubican los puntos A, B y C, tal que M es el punto medio de BC. Si AB + AC = 12. **Calcular AM.**

A) 3 B) 4 C) 6 D) $3\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{3}$

13. Sobre una recta se consideran los puntos consecutivos A, B y C; tales que: AC = 6 y (AC)(AB) = $2(AB^2 - BC^2)$. **Calcular AB.**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4
E) $2\sqrt{2}$

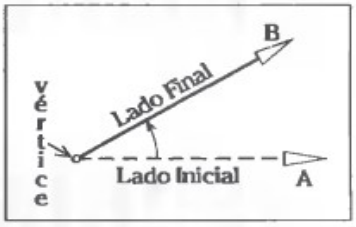
(Trigonometría)



1.2. TEORIA

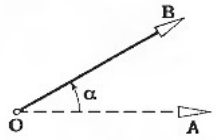
1. ÁNGULO TRIGONOMÉTRICO:

1.1. Definición: Es aquella magnitud generada por el movimiento de un rayo que gira alrededor de su origen, desde una posición inicial hasta otra final.



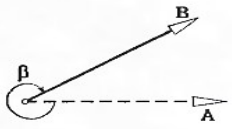
1.2. Sentido: Un ángulo trigonométrico puede tomar dos sentidos, según sea su rotación:

- **Antihorario**: genera ángulos positivos.



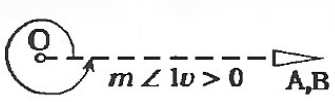
α: ángulo de valor positivo ($\alpha > 0$)

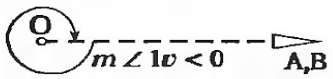
- **Horario:** genera ángulos negativos.



β: ángulo de valor negativo ($\beta < 0$)

1.3. Ángulo de una vuelta (<1v): Es aquel ángulo trigonométrico, en el cual su lado final coincide con su lado inicial por primera vez.





2. SISTEMAS DE MEDICIÓN DE ÁNGULOS: SEXAGESIMAL, CENTESIMAL Y RADIAL

2.1. Sistema sexagesimal: También denominado sistema **inglés**. La unidad en este sistema es el **grado sexagesimal (1º),** y representa la medida de la trescientos sesenta ava parte del ángulo de una vuelta.

$$1^\circ = \frac{m\angle 1v}{360} \quad \Rightarrow \quad \boxed{m\angle 1v = 360^\circ}$$

Equivalencias:

$$1^\circ = 60\,minutos\,sexagesimales = 60'$$

$$1' = 60\,segundos\,sexagesimales = 60''$$

$$1^\circ = 3\,600''$$

2.2. Sistema centesimal: También denominado sistema **francés**, La unidad en este sistema es el **grado centesimal (1^g),** y representa la medida de la cuatrocientas ava parte del ángulo de una vuelta.

$$1^g = \frac{m\angle 1v}{400} \quad \therefore \quad \boxed{m\angle 1v = 400^g}$$

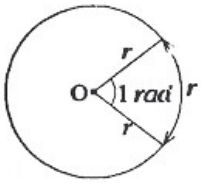
Equivalencias:

$$1^g = 100\,minutos\,centesimales = 100^m$$

$$1^m = 100\,segundos\,centesimales = 100^s$$

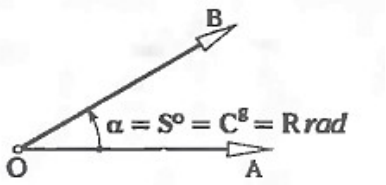
$$1^g = 10\,000^s$$

2.3. Sistema radial: Es el sistema preferido en la medición de ángulos por el Sistema Internacional de Unidades. Su unidad es el **radián (1 rad)** y representa la medida de un ángulo central en una circunferencia que subtiende un arco igual al radio.



$$1\,rad = \frac{m\angle 1v}{2\pi} \quad \therefore \quad \boxed{m\angle 1v = 2\pi\,rad}$$

2.4. Relación entre sistemas



Siendo **S, C y R** los números que representan las medidas sexagesimales, centesimales y radial de un mismo ángulo, se relacionan de la siguiente forma:

$$\frac{S}{180} = \frac{C}{200} = \frac{R}{\pi} = k$$

$$S = 180\,k$$
$$C = 200\,k$$
$$R = \pi\,k$$

$$\frac{S}{9} = \frac{C}{10} = \frac{R}{\pi/20} = t$$

$$S = 9\,t$$

$$C = 10\,t$$

$$R = \frac{\pi t}{20}$$

Donde “k” y “t” es una constante de proporcionalidad.

2.5. Equivalencias:

$15^\circ = \frac{\pi}{12}\,rad$	$45^\circ = \frac{\pi}{4}\,rad$	$75^\circ = \frac{5\pi}{12}\,rad$	$180^\circ = \pi\,rad$
$18^\circ = \frac{\pi}{10}\,rad$	$54^\circ = \frac{3\pi}{10}\,rad$	$90^\circ = \frac{\pi}{2}\,rad$	$225^\circ = \frac{5\pi}{4}\,rad$
$22^\circ 30' = \frac{\pi}{8}\,rad$	$60^\circ = \frac{\pi}{3}\,rad$	$120^\circ = \frac{2\pi}{3}\,rad$	$270^\circ = \frac{3\pi}{2}\,rad$
$30^\circ = \frac{\pi}{6}\,rad$	$67^\circ 30' = \frac{3\pi}{8}\,rad$	$135^\circ = \frac{3\pi}{4}\,rad$	$300^\circ = \frac{5\pi}{3}\,rad$
$36^\circ = \frac{\pi}{5}\,rad$	$72^\circ = \frac{2\pi}{5}\,rad$	$150^\circ = \frac{5\pi}{6}\,rad$	$360^\circ = 2\pi\,rad$

CEPREUNU

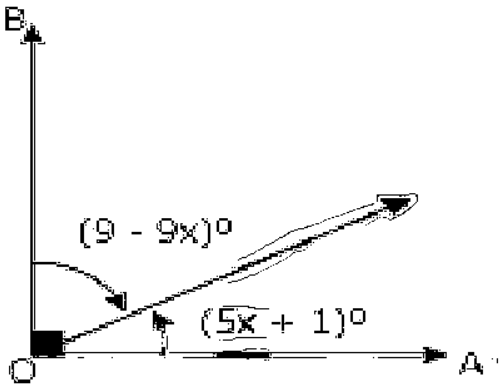
TRABAJANDO EN CLASES

1. **Convertir $\frac{8\pi}{5}$rad a grados sexagesimales y centesimales.**

   A) 288° y 320^g

B) 282° y 328^g
C) 288° y 230^g
D) 320° y 288^g
E) 230° y 288^g

2. Del grafico, **calcular "x"**



A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3. Sabiendo que α = 8x^g; θ = 2(x – 1)° son complementarios; indique el producto de los números de radianes de cada uno.

A) π/5 B) π^2/5 C) π2/25 D) π^2/100 E) π^2/50

4. Sabiendo que: (4x + 5) ° = (5x) ^{g}, **convierta a radianes x^g**

A) π/10 B) π/20 C) π/40 D) π/30 E) π/50

5. En un triángulo rectángulo sus ángulos agudos miden (20n)^g y (12n)°. **Exprese en el sistema radial el ángulo: α = (1 + n + n^2 + n^3) ^{g}**

A) π/4 B) π/5 C) 2π/9 D) π/10 E) π/3

6. Los números "S" y "C" representan la medida de un ángulo en grados sexagesimales y centesimales respectivamente y están relacionados de la siguiente manera: S = 6n + 9; C = 8n – 6; **hallar el numero de radianes de dicho ángulo.**

A) 3π/20 B) π/20 C) 9π/20 D) 9π/10 E) 10π/9

7. Un alumno al querer copiar 30° se equivoca y copia 30^g, **¿Cuál fue el error cometido en radianes?**

A) π/4 B) π/3 C) 2π/10 D) π/60 E) π/20

8. Si S y C son los números de grado sexagesimales y centesimales para un mismo ángulo, calcular la medida de dicho ángulo en el sistema radial, si:

$$S = \sqrt{C - \sqrt{C - \sqrt{C - \sqrt{C - .....}}}}$$

A) π/1620 B) π/810 C) π/324 D) π/162 E) π/81

CEPREUNU
ACTIVIDAD DOMICILIARIA

9. Si: $\frac{2\pi}{15} rad = \overline{ab}°\overline{c0}'$, **calcular:** $\frac{a+b}{c}$

A) 1/6 B) 1/3 C) 1/2 D) 2/3 E) 5/6

10. Si: $\frac{\pi}{3} rad = \overline{ab}°$, **calcular:** $\sqrt{a+b}$

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{6}$ E) $\sqrt{7}$

11. **Determinar la medida centesimal de un ángulo** que cumple: **3S – 2C = 14,** siendo "S" y "C" lo conocido.

A) 10^g B) 20^g C) 30^g D) 40^g E) 50^g

12. **Determinar la medida circular de un ángulo que cumple: C – S + R = 20 + π,** siendo "S", "C" y "R" lo conocido.

A) π B) π/2 C) π/3 D) π/4 E) π/5

13. **Señale la medida radial de un ángulo** que cumple: **3S – 2C + 35R = 7,1416,** siendo "S", "C" y "R" lo conocido para dicho ángulo. (π = 3,1416).

A) π/5 B) π/7 C) π/35
D) π/21 E) π/60

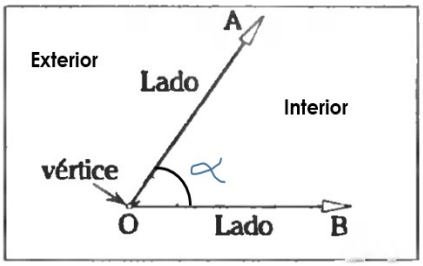
SEMANA 02:

(Geometría)

2. ÁNGULO

2.1. Definición:

Un ángulo es la reunión de dos rayos no colineales que tienen el mismo origen o extremo. Los rayos se llaman **lados** del ángulo y el extremo común se llama **vértice.**



Ángulo AOB = $\overrightarrow{OA} \cup \overrightarrow{OB}$

2.2. Elementos:

- Lados: $\overrightarrow{OA}$ y $\overrightarrow{OB}$
- Vértice: O
- Región interior.
- Región exterior.

2.3. Notación:

$\measuredangle AOB, \measuredangle BOA, \measuredangle O, \measuredangle \propto$

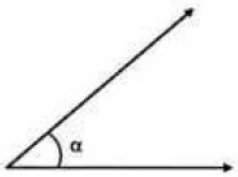
2.4. Medida de un ángulo

- El valor de la media del ángulo se considerará en el rango: $0^\circ < \propto < 180^\circ$.
- La medida de un ángulo AOB será denotado por: $m\measuredangle AOB$

2.5. Clasificación de los ángulos

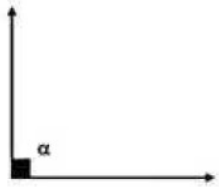
2.5.1. Por su medida:

- **Ángulo Agudo:** es el ángulo cuya medida es mayor que 0° y menor que 90°.



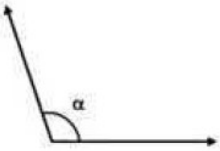
$0 < \alpha < 90°$

- **Ángulo Recto**: es el ángulo cuya medida es igual a 90°.



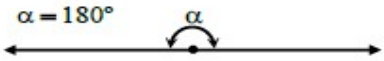
$\alpha = 90°$

- **Ángulo Obtuso:** es el ángulo cuya medida es mayor de 90°. y menor que 180°.

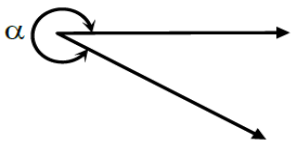


$90 < \alpha < 180°$

- **Ángulo llano:** Es el ángulo cuya medida resulta ser 180º. Los rayos que lo conforman son opuestos.

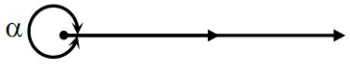


- **Ángulo Cóncavo:** Es el ángulo cuya medida varía entre 180º y 360º.



$(180° < \alpha < 360°)$

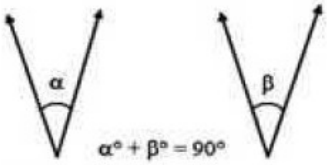
- **Ángulo de una vuelta:** Denominado también ángulo perigonal, es el ángulo cuya medida resulta ser 360º.



$(\alpha = 360°)$

2.5.2. Por la relación de sus medidas:

- **Ángulos complementarios:** Son dos ángulos cuya suma de sus medidas es 90°. Cada ángulo es el complemento del otro.



Complemento (α) = 90 − α

Para hallar el complemento de un ángulo debemos de restar de 90º

$C_{30^\circ} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

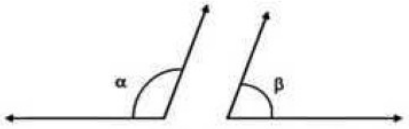
$C_{90^\circ} = 90^\circ - 90^\circ = 0^\circ$

$C_x = 90^\circ - x$

$C_{90^\circ + x} = \nexists$

$C_{-x} = \nexists$

- **Ángulos suplementarios**: Son dos ángulos cuya suma de sus medidas es 180°. Cada ángulo es el suplemento del otro.



α + β =180° Suplemento (α) = 180 − α

Para hallar el suplemento de un ángulo debemos de restar de 180º

$S_{30^\circ} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

$S_{90^\circ} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

$S_x = 180^\circ - x$

$S_{180^\circ + x} = \nexists$

$S_{-x} = \nexists$

Observación:

Si se representa el complemento con "C" y el suplemento con "S", se cumple:

* $\underbrace{CCC.....CC}_{\text{par}}(\alpha) = \alpha$; si: $\alpha \leq 90^\circ$

* $\underbrace{SSS.....SS}_{\text{par}}(\alpha) = \alpha$; si: $\alpha \leq 180^\circ$

* $\underbrace{CCC.....CC}_{\text{impar}}(\alpha) = 90^\circ - \alpha$; si: $\alpha \leq 90^\circ$

* $\underbrace{SSS.....SS}_{\text{impar}}(\alpha) = 180^\circ - \alpha$; si: $\alpha \leq 180$

* $CS(\alpha) = \alpha - 90^\circ$; si: $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$

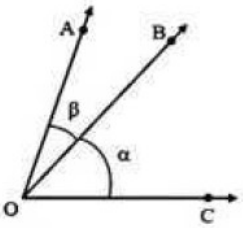
* $\underset{n}{CS.....CS}\,\underset{3}{CS}\,\underset{2}{CS}\,\underset{1}{CS}(\alpha) = \alpha - n(90^\circ)$

* $SC(\alpha) = \alpha + 90^\circ$; si: $\alpha \leq 90^\circ$

$\underset{n}{SC.....SC}\,\underset{3}{SC}\,\underset{2}{SC}\,\underset{1}{SC}(\alpha) = \alpha + n(90^\circ)$

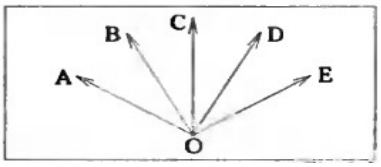
2.5.3. Por relación de lados:

- **Ángulos adyacentes:** son dos ángulos que tienen el mismo vértice y un lado común pero no tienen puntos interiores comunes.

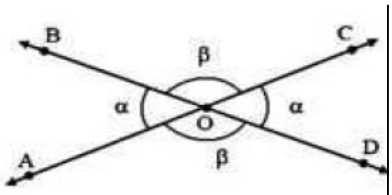


Los ángulos $\measuredangle AOB$ y $\measuredangle BOC$ son adyacentes.

- **Ángulos consecutivos:** son tres o más ángulos de vértice común que de dos en dos son adyacentes tal como los ángulos AOB, BOC, COD y DOE mostrados en la figura adjunta.

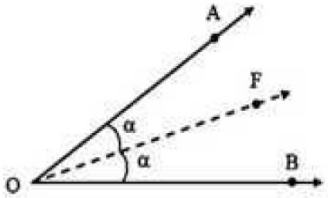


- **Ángulos opuestos por el vértice**: Son dos ángulos cuyos lados forman dos pares de rayos opuestos.



2.6. Bisectriz de un ángulo:

Se llama bisectriz de un ángulo al rayo que parte del vértice, se ubica en la región interior y determina con los otros lados del ángulo, dos ángulos adyacentes congruentes.



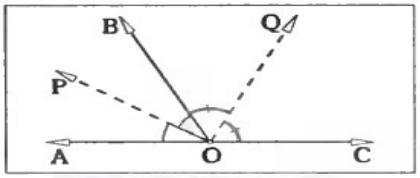
$\underline{OF}$ es la bisectriz del $\measuredangle AO$

Por tanto,

$m\measuredangle AOF = m\measuredangle FOB = \alpha$ ó

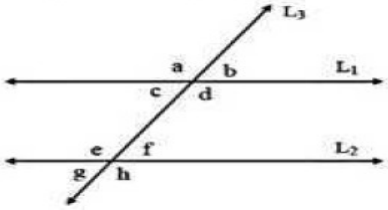
$\measuredangle AOF \cong \measuredangle FOB$

Teorema: Las bisectrices de dos ángulos adyacentes suplementarios forman un ángulo recto.



$m\measuredangle POQ = 90^o$

3. ÁNGULOS FORMADOS POR DOS PARALELAS Y UNA SECANTE:



L_1, y L_2 cortadas por la transversal secante L_3.

Los ángulos determinados por L_1, L_2 y L_3 se llamarán:

3.1. Ángulos correspondientes: son ángulos congruentes con vértices diferentes, ubicados a un mismo lado de la secante, uno es interior y el otro exterior: **a** y **e**; **b** y **f**; **d** y **h** ; **c** y **g**.

B1. Correspondientes obtusos

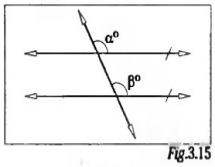


Fig.3.15

$\alpha = \beta$

B2. Correspondientes agudos

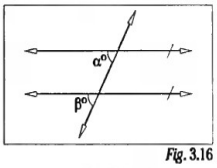


Fig. 3.16

$\alpha = \beta$

3.2. Ángulos alternos: son ángulos congruentes, situados en lados opuestos de la secante y con vértices diferentes; unos son internos y otros externos**:**

- **Internos: c** y **f; e** y **d**
- **Externos: a** y **h; g** y **b.**

A1. Alternos internos

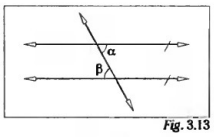


Fig. 3.13

$\alpha = \beta$

A2. Alternos externos

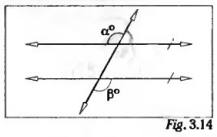


Fig. 3.14

$\alpha = \beta$

3.3. Ángulos conjugados: son ángulos suplementarios, situados a un mismo lado de la secante, con vértices diferentes, unos son internos y otros externos:

- **Internos: c** y **e; d** y **f**
- **Externos a** y **g; b** y **h.**

C1. Conjugados internos

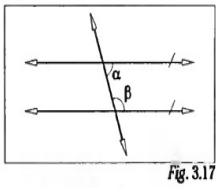


Fig. 3.17

$\alpha + \beta = 180$ ... (3.16)

C2. Conjugados externos

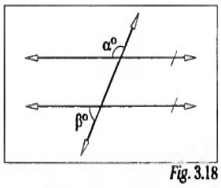
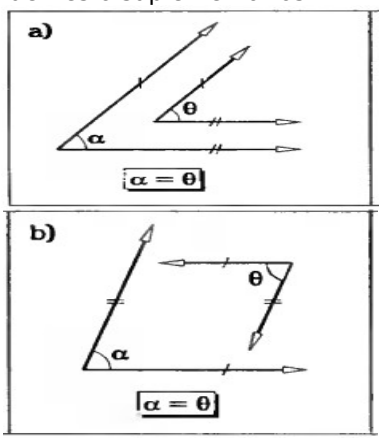


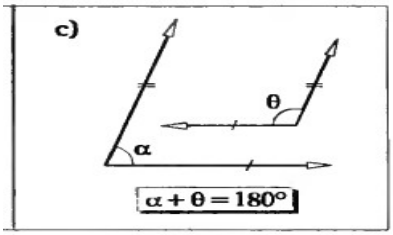
Fig. 3.18

$\alpha + \beta = 180$ ... (3.17)

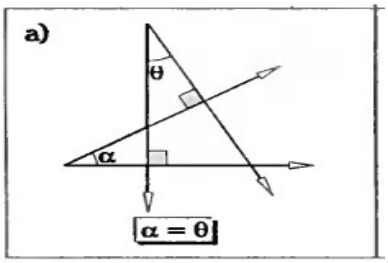
4. ÁNGULOS DE LADOS PARALELOS:

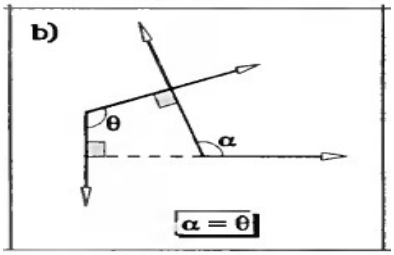
Dos ángulos que tienen sus lados respectivamente paralelos son congruentes o suplementarios.

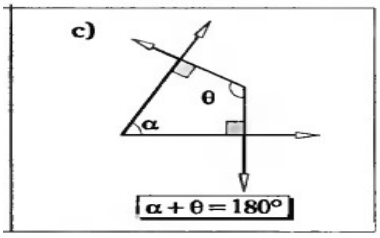




5. **ÁNGULOS DE LADOS PERPENDICULARES:** Dos ángulos cuyos lados son respectivamente perpendiculares son congruentes o suplementarios.



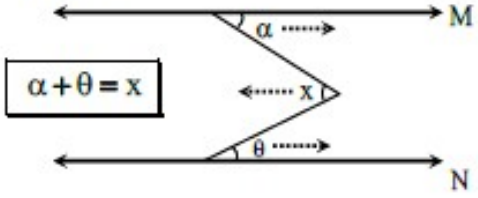




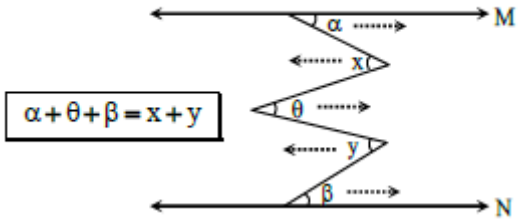
6. **PROPIEDADES ESPECIALES ENTRE DOS RECTAS PARALELAS**

Al trazar dos rectas paralelas y una secante, estas determinan ángulos las cuales se relacionan mediante las siguientes propiedades.

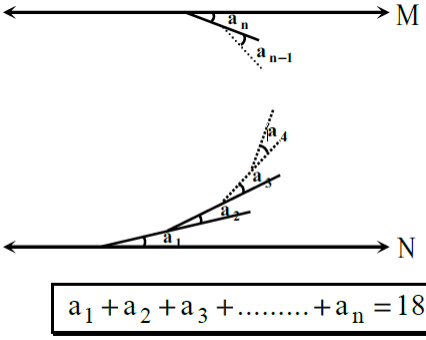
6.1. Si: M // N



6.2. Si: M // N

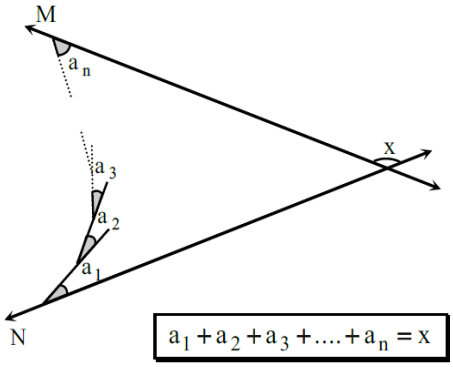


6.3. Si: M // N



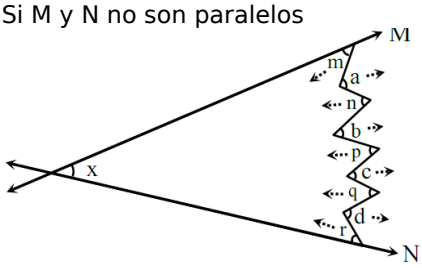
$$a_1 + a_2 + a_3 + \ldots\ldots + a_n = 180^\circ$$

6.4. Si M y N no son paralelos



$$a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n = x$$

6.5. Si M y N no son paralelos



$$x = \sum \text{Exter.} - \sum \text{Inter.}$$

$$x = (a + b + c + d) - (m + n + p + q + r)$$

CEPREUNU

TRABAJANDO EN CLASES

1. La suma del complemento y suplemento de un ángulo es igual al triple de la medida de dicho ángulo. **Calcular el suplemento del ángulo**

cuya medida es el doble de la medida del primer ángulo.

A) 18º B) 36º C) 54º D) 72º
E) 144º

2. El suplemento del complemento de un ángulo es igual al quíntuplo del complemento del mismo ángulo. **Calcular el suplemento del ángulo que tiene por medida a la mitad de la medida del primer ángulo.**

A) 100º B) 120º C) 150º D) 160º E) 172º

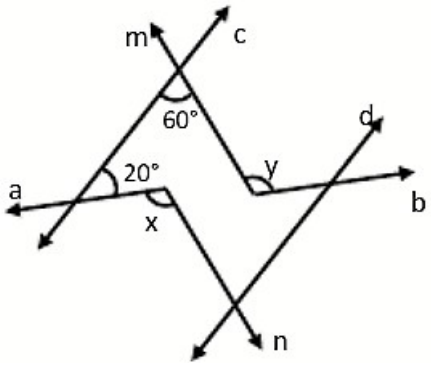
3. Las medidas de dos ángulos suplementarios son proporcionales a 1 y 5. **Calcular el suplemento del complemento del complemento del menor de los ángulos mencionados.**

A) 30º B) 50º
C) 110º D) 140º E) 150º

4. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD tal que: m<AOD = 6m<BOC y m<AOB + m<COD = 75°. **Calcular la m<BOC.**

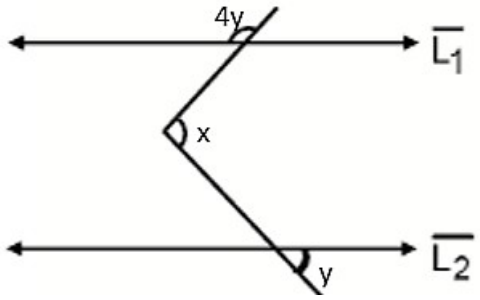
A) 5º B) 10º C) 15º D) 20º
E) 25º

5. En el grafico a//b, c//d y m//n, **calcule x + y,**



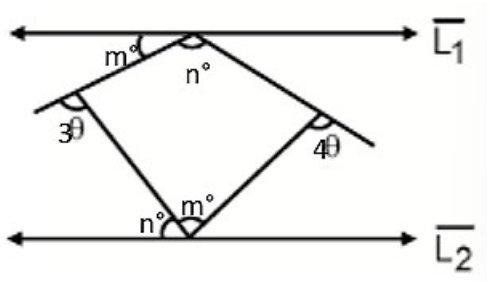
A) 100º B) 120º C) 130º D) 140º E) 160º

6. Si: 4y – x = 30°; L1//L2. **Calcular "x"**



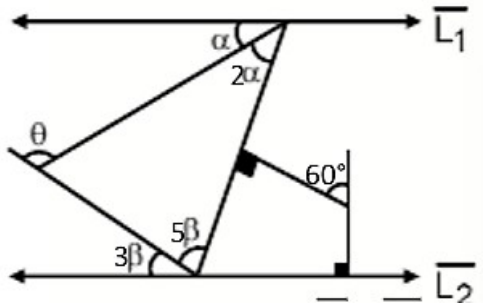
A) 90º B) 60º C) 45º D) 30º
E) 25º

7. **Hallar "θ",** si: L1//L2.



A) 22, 5º B) 30º C) 45º D) 60º
E) 18º

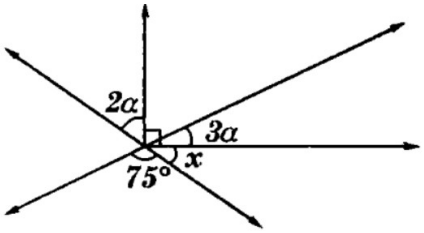
8. Si: L1//L2. **Hallar "θ".**



A) 75º B) 80º
C) 105º D) 115º E) 118º

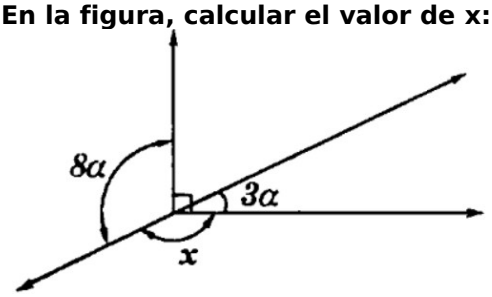
CEPREUNU
ACTIVIDAD DOMICILIARIA

9. **Calcular "x":**



A) 75º B) 60º C) 45º D) 30º
E) 80º

10. **En la figura, calcular el valor de x:**



A) 144º B) 120º C) 108º D) 126º E) 132º

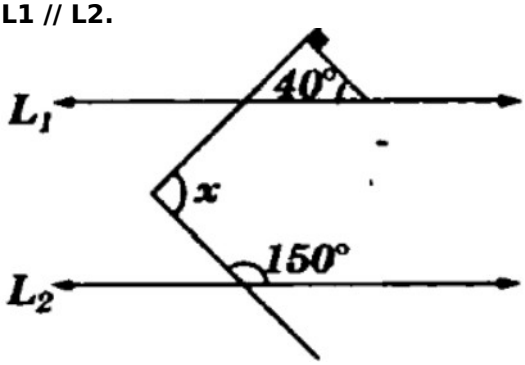
11. **Calcular la medida de un ángulo,** sabiendo que; el triple del complemento de su medida, es igual al doble del suplemento del triple de la misma medida.

A) 30º B) 40º C) 36º D) 18º
E) 60º

12. **Calcular la medida de un ángulo,** sabiendo que; la diferencia entre el suplemento y el complemento de su medida, es igual al séxtuplo de la misma medida.

A) 10º B) 12º C) 20º D) 18º
E) 15º

13. En la figura, **hallar el valor de x, si L1 // L2.**

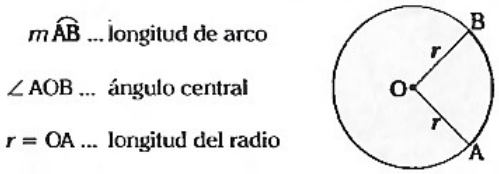


A) 70º B) 80º C) 60º D) 30º
E) 40º

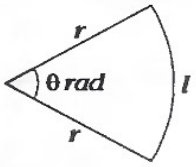
(Trigonometría)

1.1. TEORIA

1. **SECTOR CIRCULAR:**
Es una porción de círculo limitada por dos radios y un arco comprendido entre ellos.

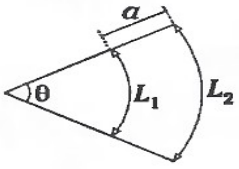


2.6. Longitud del arco (L): Un arco de circunferencia es una porción de ella que es subtendida por un ángulo central y cuya longitud depende directamente de la medida del ángulo que lo subtiende y del radio de la circunferencia a la que pertenece, así:



$$l = \theta \cdot r \quad ; \quad 0 < \theta \leq 2\pi$$

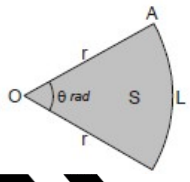
- **Formula especial:** De la fórmula anterior se deduce:



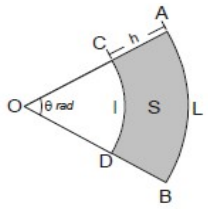
$$\theta = \frac{L_2 - L_1}{a}$$

2.7. Área de un sector circular. El área de la región formada por un sector circular del siguiente modo.

$$S = \frac{1}{2}\theta r^2 = \frac{1}{2}Lr = \frac{1}{2\theta}L^2$$



2.8. Área de un trapecio circular (St).



$$S = \left(\frac{\ell + L}{2}\right)h$$

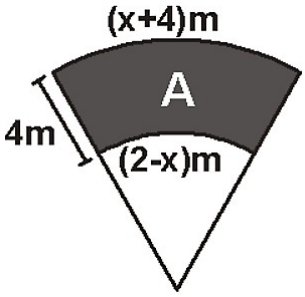
CEPREUNU

TRABAJANDO EN CLASES

1. **Calcular el área de un sector circular cuyo ángulo central mide 40^g y su radio mide 10m.**

   A) 8π B) 10π C) 40π D) 6π E) 4π

2. **De la figura, hallar el área de la region sombreada:**



   A) 12 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

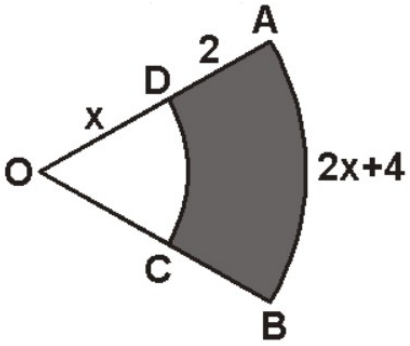
3. **En un sector circular de área 100π, se reduce el ángulo a su mitad y el radio se duplica, obteniéndose un nuevo sector circular cuya área es de:**

   A) 100π B) 200π C) 50π D) 25π E) 400π

4. En un sector circular el ángulo central mide 40° y en otro sector circular del mismo radio, el ángulo central mide 36°. Siendo S_1 y S_2 las áreas de los sectores circulares mencionados respectivamente, **calcular:**
   $K = S_1/S_2$

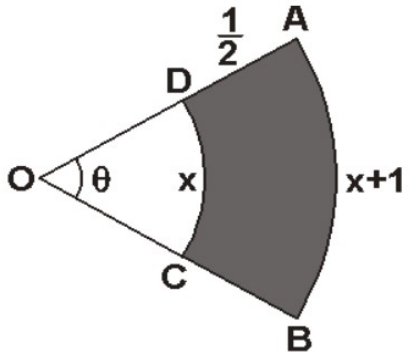
   A) 4/5 B) 5/4 C) 10/9 D) 10/19 E) 9/5

5. De la figura: si AOB y COD son sectores circulares. **Hallar el área de la región limitada por ABCD**



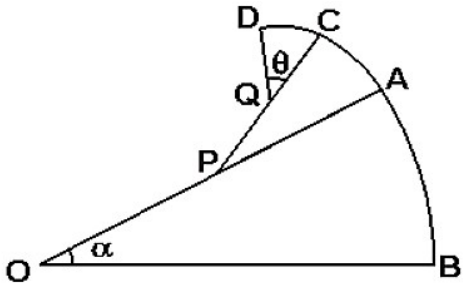
   A) 4(x+1) B) 4x+2 C) 4x+3 D) 4x+1 E) 4x+5

6. **Dada la figura, determinar el perímetro del sector circular COD, sabiendo además que el área de la región limitada por el trapecio circular es 7/4 u².**



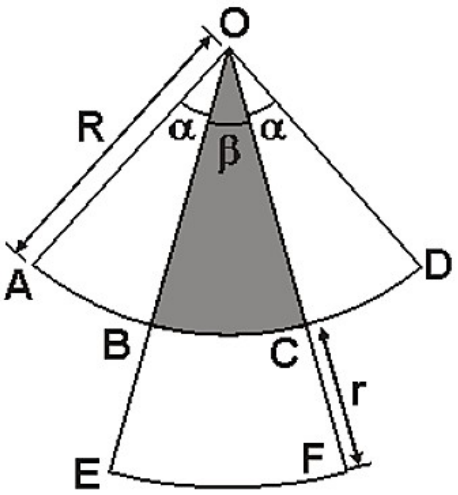
   A) 3 B) 9 C) 1/3 D) 1/9 E) 6

7. **Del grafico DQC, CPA y AOB, son sectores circulares. Además, 2DQ = PC, 2PC = OA; $\widehat{AB} = 6\widehat{AC}$ y $6S_{DOC} = S_{CPA}$, se pide determinar: α/θ**



A) 9 B) 9/2 C) 3 D) 3/2
E) 2

8. En el grafico mostrado, r/R = 2/11 y el área de la región sombreada es igual al área de la región no sombreada. **Halle: β/α. AOD y EOF son sectores circulares.**



A) 123/84 B) 175/91 C) 213/85 D) 242/73 E) 715/75

CEPREUNU
ACTIVIDAD DOMICILIARIA

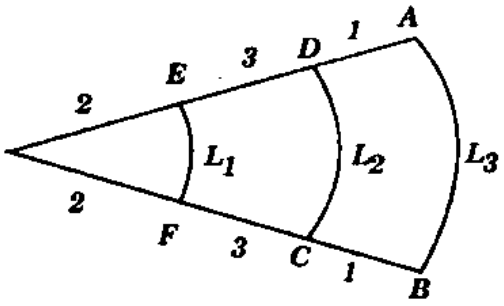
9. **Calcular la longitud del arco correspondiente a un ángulo central de 80° en una circunferencia de 18m de radio.**

A) π m B) 2π C) 3π D) 4π
E) 8π

10. En un sector circular, el arco mide 12 cm. Si el ángulo central se reduce en su tercera parte, se genera un nuevo sector circular. **Determinar la medida del nuevo arco.**

A) 8 cm B) 10 C) 9 D) 7
E) 11

11. Del gráfico, **determina:** $\frac{L1+L3}{L2}$

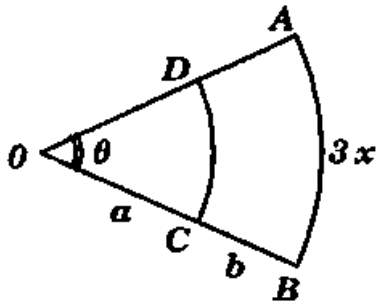


A) 5/8 B) 1/8 C) 8/5 D) 2/5
E) 1/5

12. Una pista está formada por dos arcos consecutivos correspondientes a ángulos centrales de 27° y 60° con radios iguales a 20 km y 18 km respectivamente. **Determina la longitud de la pista.**

A) 6 km B) 8 km
C) 7 km D) 10 km E) 9 km

13. De la figura, **hallar a/b.**



A) 1/2 B) 1 C) 1/4 D) 2
E) 0,3

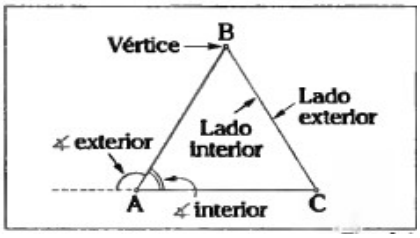
SEMANA 03:

Geometría

1.3. TEORIA

1. TRIÁNGULOS

1.1. Definición: Es la reunión de 3 segmentos determinados por 3 puntos no colineales.



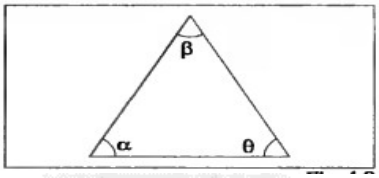
1.2. Notación: $\Delta ABC;$ se lee "triángulo ABC"

1.3. Características:

- **Posee:** tres lados, tres vértices, 3 $\measuredangle$ interiores y 6 $\measuredangle$ exteriores.
- **Simbólicamente:** $\Delta ABC = \overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{AC}$
- **Perímetro:** P = $\overline{AB}$ + $\overline{BC}$ + $\overline{AC}$

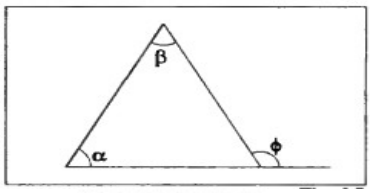
1.4. Teoremas Fundamentales:

1.4.1. Teorema 1: La suma de las medidas de sus 3 ángulos interiores es 180º.



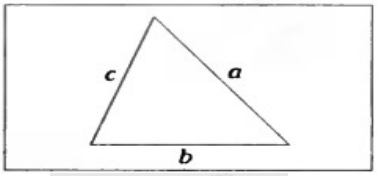
$$\alpha + \beta + \theta = 180$$

1.4.2. Teorema 2: La medida de un ángulo exterior (ϕ) es igual a la suma de 2 ángulos interiores (α) y (β) no adyacentes a él.



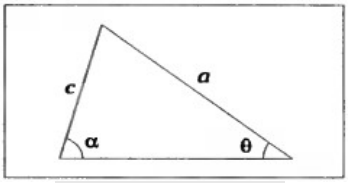
$$\phi = \alpha + \beta$$

1.4.3. Teorema 3: Un lado está comprendido entre la suma y la diferencia de otros lados. A este teorema se le llama "Teorema de la desigualdad triangular".



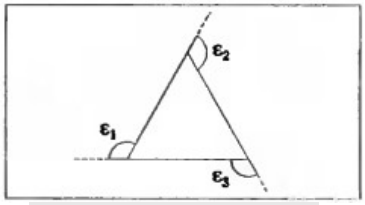
$$a - c < b < a + c$$

1.4.4. Teorema 4: A mayor ángulo se le opone mayor lado y viceversa. Quiere decir que:



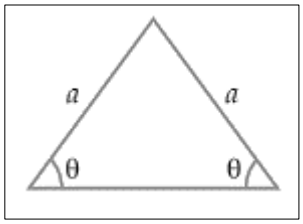
$$\alpha > \theta \Leftrightarrow a > c$$

1.4.5. Teorema 5: La suma de tres ángulos exteriores de un triángulo es 360º.

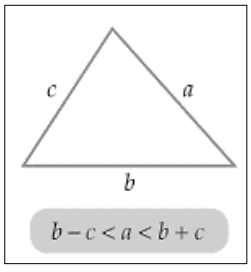


$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 360^\circ$$

1.4.6. Teorema 6: A lados congruentes se oponen ángulos congruentes, y viceversa.

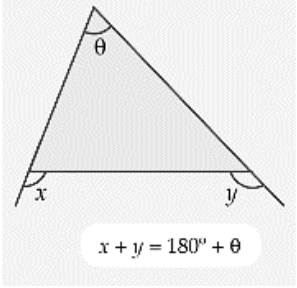


1.4.7. Teorema 7: Para que exista un triángulo se debe cumplir:

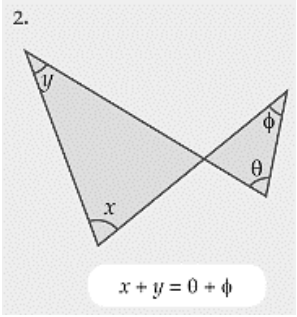


1.5. Teoremas Adicionales:

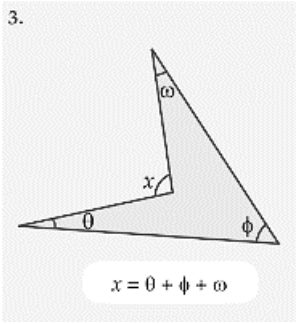
1.



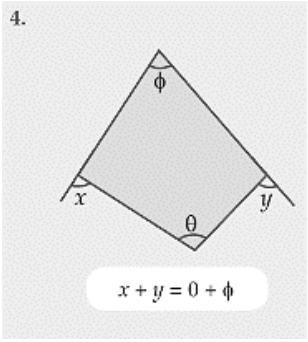
2.



3.



4.

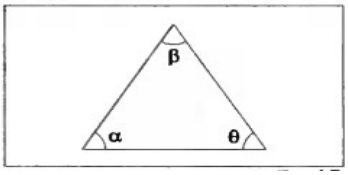


1.6. Clasificación De Los Triángulos

1.6.1. Según sus ángulos

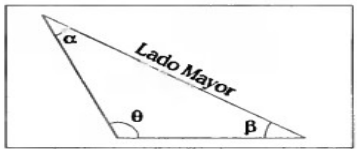
a) Oblicuángulos:

- **Acutángulo:** Es aquel que tiene tres ángulos agudos, o sea menores de 90ª.



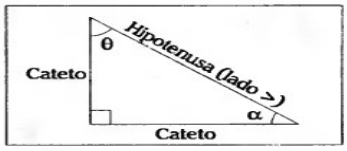
Así : $\begin{cases} \alpha < 90^\circ \\ \beta < 90^\circ \\ \theta < 90^\circ \end{cases}$

- **Obtusángulo:** Es aquel triángulo que tiene un ángulo obtuso y dos ángulos agudos.



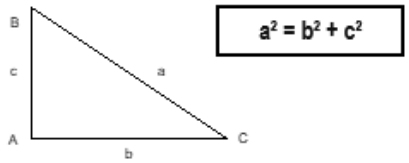
Así tenemos : $\begin{cases} \theta > 90^\circ \rightarrow \text{obtuso} \\ \alpha < 90^\circ \\ \beta < 90^\circ \end{cases} \rightarrow \text{agudos}$

b) Rectángulo: Es aquel triángulo que tiene un ángulo recto y dos ángulos agudos.



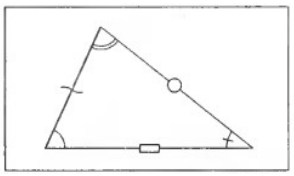
Así : $\alpha + \theta = 90^\circ$

Nota: En todo triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de las medidas de los catetos es igual al cuadrado de la medida de la hipotenusa, esta propiedad es conocida como el **TEOREMA DE PITÁGORAS.**



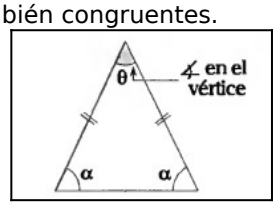
1.6.2. Según sus lados

a) Escaleno: Es aquel triángulo que tiene sus tres lados diferentes y sus tres ángulos interiores diferentes.

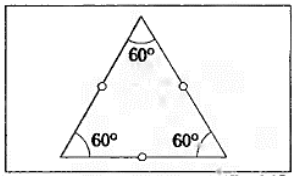


b) Isósceles: Es aquel triángulo que tiene dos lados congruentes y los ángulos que

se oponen a dichos lados son también congruentes.

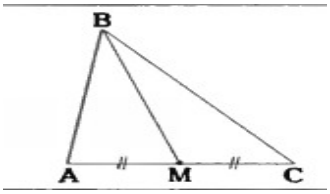


c) Equilátero: Es aquel triángulo que tiene sus tres lados congruentes y sus tres ángulos interiores que miden 60º cada uno.



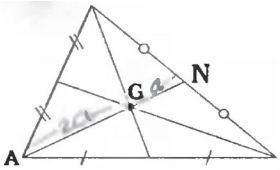
2. LÍNEAS NOTABLES

2.1. Mediana: Es un segmento que une un vértice y el punto medio del lado opuesto. En la figura M es el punto medio de AC, $\underline{BM}$ se llama mediana.



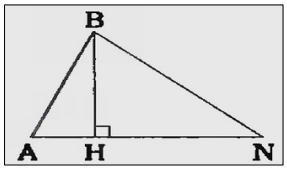
Las medianas concurren en el baricentro "**G**".

Propiedad:



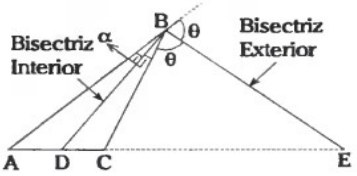
AG = 2GN

2.2. Altura: Es el segmento perpendicular trazado desde un vértice del triángulo a la recta que contiene al lado opuesto. El segmento $\underline{BH}$ es una altura del triángulo Δ**ABN.**



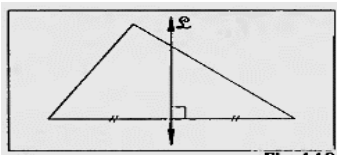
2.3. Bisectriz:

- **Bisectriz Interior ($\underline{BD}$):** Es el rayo que, partiendo del vértice de un triángulo, divide al ángulo interior en 2 ángulos de igual medida.

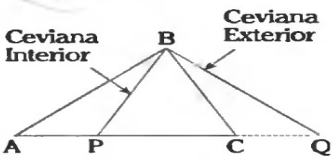


- **Bisectriz Exterior ($\underline{BE}$):** Es el rayo que partiendo del vértice de un triángulo, divide al ángulo exterior en 2 ángulos de igual medida.

2.4. Mediatriz: Es aquella perpendicular trazada por el punto medio de un lado de un triángulo. $(\underline{L})$

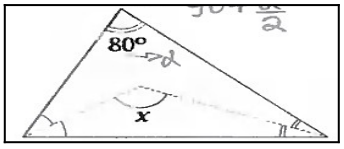


2.5. Ceviana: es un segmento de recta que une un vértice de un triángulo con el lado opuesto a este**.** $\underline{BP}$ **y** $\underline{BQ}$



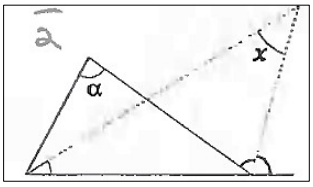
3. PROPIEDADES GENERALES

3.1. En un triángulo, el ángulo formado por las bisectrices interiores de dos ángulos, se puede calcular con la siguiente relación:



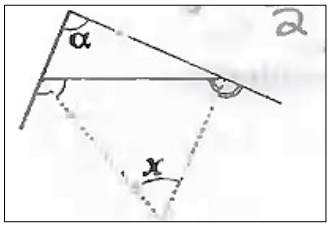
$$x = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$$

3.2. En todo triángulo, el ángulo formado por una bisectriz interior y una exterior, está dado por la siguiente relación:



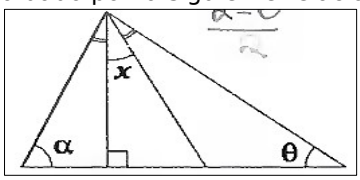
$$x = \frac{\alpha}{2}$$

3.3. En todo triángulo, el ángulo formado por dos bisectrices exteriores, está dado por la siguiente relación:



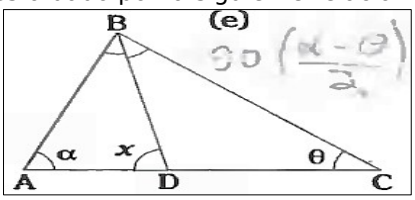
$$x = 90^{o} - \frac{\alpha}{2}$$

3.4. En un triángulo, el ángulo formado por una altura y una bisectriz trazadas desde un mismo vértice, está dado por la siguiente relación:



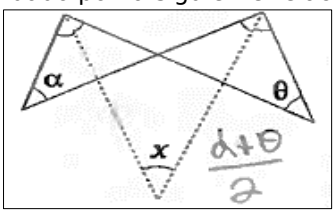
$$x = \left(\frac{\alpha - \theta}{2}\right)$$

3.5. En la siguiente figura si BD es bisectriz la medida del ángulo x, está dado por la siguiente relación:



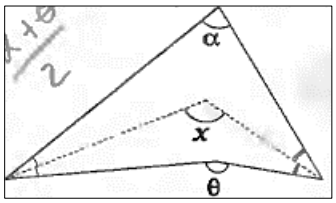
$$x = 90^{o}\left(\frac{\alpha - \theta}{2}\right)$$

3.6. En la siguiente figura, el ángulo "x" está dado por la siguiente relación:



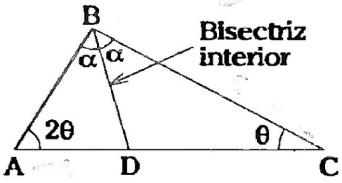
$$x = \left(\frac{\alpha + \theta}{2}\right)$$

3.7. En la siguiente figura, el ángulo "x" está dado por la siguiente relación:



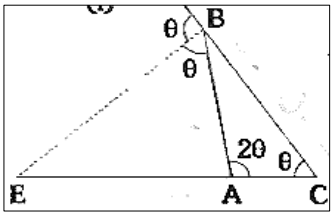
$$x = \left(\frac{\alpha + \theta}{2}\right)$$

3.8. En la siguiente figura, si $\overline{BD}$ es bisectriz y $m\measuredangle A = 2\, m\measuredangle C$, entonces el lado $\overline{BC}$, está dado por la siguiente relación:



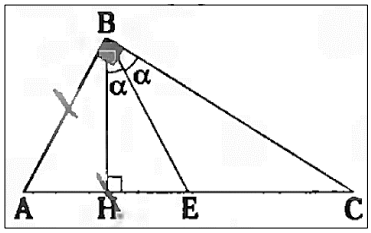
$$BC = AB + AD$$

3.9. En la siguiente figura, si $\overline{BE}$ es bisectriz y $m\measuredangle A = 2m\measuredangle C$, entonces el lado $\overline{BC}$, está dado por la siguiente relación:



$$BC = AE - AB$$

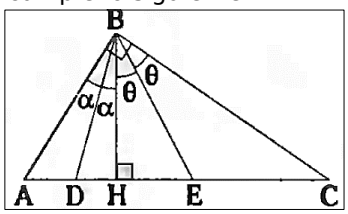
3.10. En el triángulo mostrado, $\overline{BH}$ es altura y $\overline{BE}$ bisectriz del $\measuredangle HBC$, entonces se cumple lo siguiente:



$$AB = AE$$

3.11. En el triángulo rectángulo $\overline{BH}$ es altura, , $\overline{BD}$ y , $\overline{BE}$ son bisectrices de los ángulos ABH y

HBC respectivamente, entonces se cumple lo siguiente:



$$DE = AB + BC - AC$$

CEPREUNU

TRABAJANDO EN CLASES

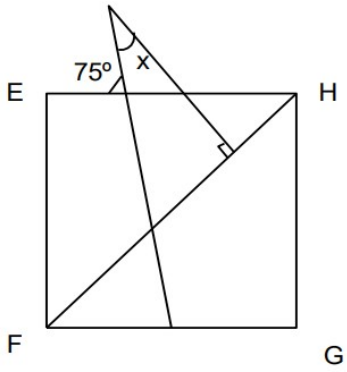
1. Las medidas de los ángulos externos de un triángulo se encuentran en progresión aritmética. **Calcula la medida de uno de los ángulos internos de dicho triangulo.**

   A) 30° B) 60° C) 40° D) 50° E) 27°

2. Los lados de un triángulo miden 3; x + 9; 2x – 6. **Calcula el mayor valor entero que puede tomar "x" para que el triángulo exista.**

   A) 17 B) 18 C) 19 D) 16 E) 15

3. En la figura, EFGH es un cuadrado. **Hallar el valor de "x".**



   A) 60° B) 45° C) 50° D) 30° E) 20°

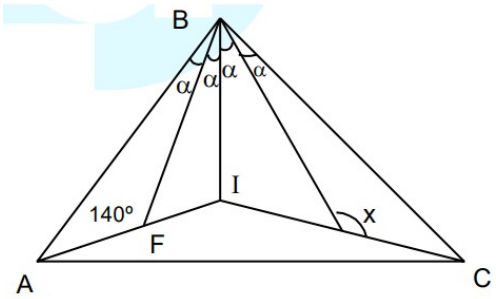
4. En un triángulo ABC, el ángulo A mide 58°. **¿Cuánto mide el ángulo BDC donde D es el punto de intersección de las bisectrices de los ángulos B y C?**

   A) 125° B) 119° C) 110° D) 95° E) 102°

5. **Hallar el ángulo formado por la intersección de las bisectrices de los ángulos exteriores de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo.**

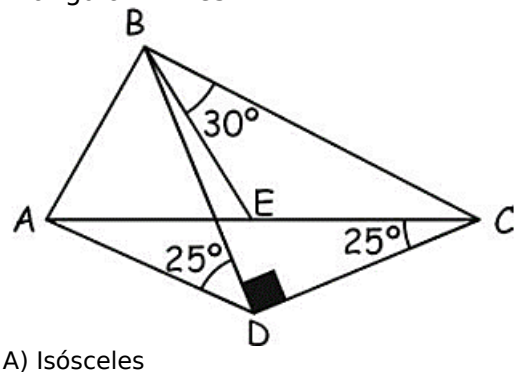
   A) 60° B) 45° C) 30° D) 65° E) 90°

6. Hallar "x" si: "I" es incentro del triángulo ABC, m<AFB = 140°.



   A) 100° B) 110° C) 120° D) 130° E) 140°

7. De la figura AB = BE; BD = DC; el triángulo ABD es:



   A) Isósceles
   B) Equilátero
   C) Acutángulo
   D) Rectángulo
   E) Obtusángulo

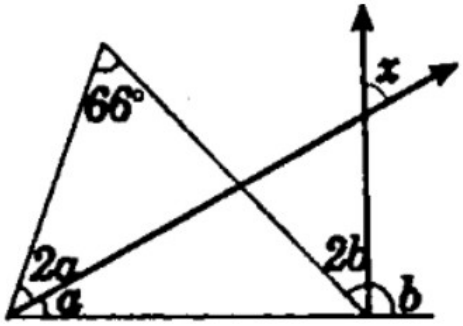
8. En un triángulo isósceles, la suma de dos ángulos distintos es igual a 110°. **Entonces la suma de los ángulos de la base es:**

   A) 150° B) 146° C) 140° D) 136° E) 160°

CEPREUNU

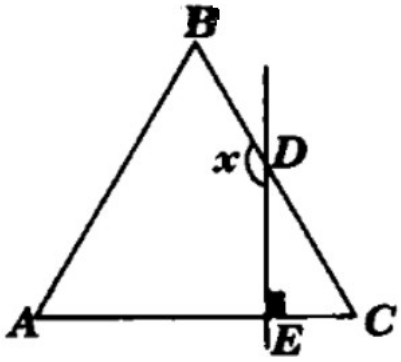
ACTIVIDAD DOMICILIARIA

9. En la figura, **calcular "x".**



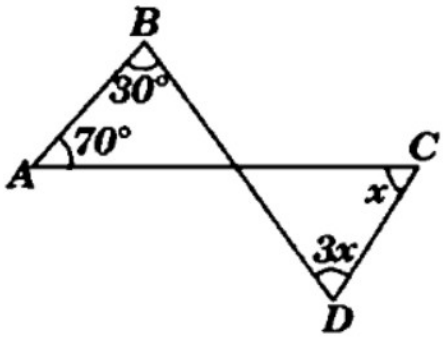
A) 16° B) 22° C) 18° D) 24°
E) 30°

10. El triángulo ABC de la figura es equilátero. **Hallar "x".**



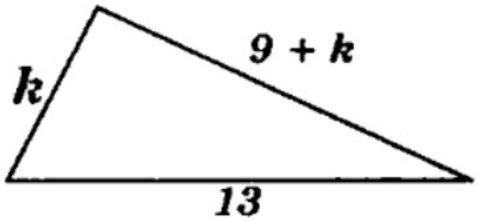
A) 120° B) 150° C) 130° D) 140° E) 110°

11. **Calcular el valor de "x" en:**



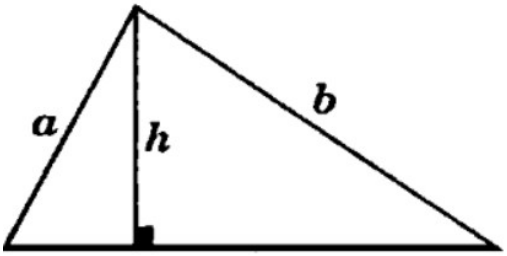
A) 30° B) 15° C) 20° D) 25°
E) 12°

12. **Determinar el menor valor entero de "k".**



A) 2 B) 3 C) 4 D) 5
E) 6

13. **Calcular el máximo valor entero de "h". sí: a + b = 15**



A) 7 B) 5,5 C) 6,5 D) 7,5
E) 8

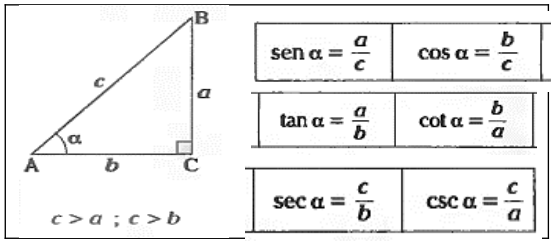
TRIGONOMETRIA

TEMA 06: RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS AGUDOS

1.4. TEORIA

1. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS AGUDOS

Sea $\propto$ un ángulo agudo de un triángulo rectángulo, tal como se muestra en la figura, entonces se definen:



$a^2 + b^2 = c^2$ Teorema de Pitágoras

SENO	$\frac{\text{Cat. Opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$	COSECANTE	$\frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cat. Opuesto}}$
COSENO	$\frac{\text{Cat. Adyacente}}{\text{Hipotenusa}}$	SECANTE	$\frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cat. Adyacente}}$
TANGENTE	$\frac{\text{Cat. Opuesto}}{\text{Cat. Adyacente}}$	COTANGENTE	$\frac{\text{Cat. Adyacente}}{\text{Cat. Opuesto}}$

2. PROPIEDADES:

2.1. Propiedad fundamental: Los valores de las razones trigonométricas (R.T) de los ángulos agudos no dependen de la longitud de los lados que forman, sino de la medida del ángulo definido por ellos.

2.2. Razones trigonométricas recíprocas.

Si α es un ángulo agudo, se cumple que:

$\text{sen}\,\alpha.\csc\alpha = 1$	$\Rightarrow$	$\csc\alpha = \frac{1}{\text{sen}\,\alpha}$ v $\text{sen}\,\alpha = \frac{1}{\csc\alpha}$
$\cos\alpha.\sec\alpha = 1$	$\Rightarrow$	$\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$ v $\cos\alpha = \frac{1}{\sec\alpha}$
$\tan\alpha.\cot\alpha = 1$	$\Rightarrow$	$\cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha}$ v $\tan\alpha = \frac{1}{\cot\alpha}$

2.3. Razones trigonométricas de ángulos complementarios (Co-razones)

Si α y β son dos ángulos complementarios ($\alpha + \beta = 90^\circ$), entonces se cumplirá que:

$$\text{sen}\,\alpha = \cos\beta$$

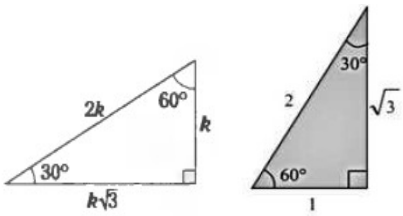
$$\tan\alpha = \cot\beta$$

$$\sec\alpha = \csc\beta$$

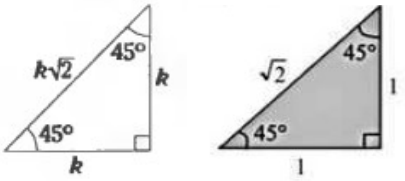
"La razón trigonométrica de un ángulo es igual a la co-razón trigonométrica de su ángulo complementario".

2.4. Razones trigonométricas de ángulos notables: Se obtienen a partir de los siguientes triángulos notables en donde: $k \in R^+$

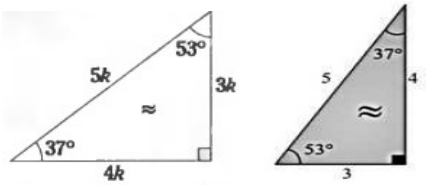
2.4.1. Razones trigonométricas de 30º y 60º



2.4.2. Razones trigonométricas de 45º

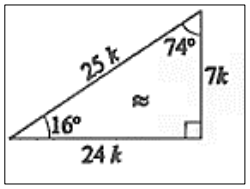


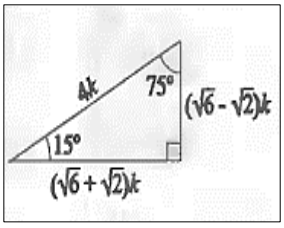
2.4.3. Razones trigonométricas de 37º y 53º.

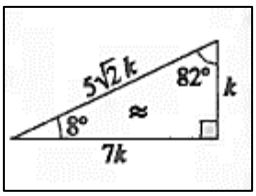


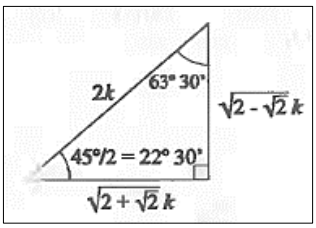
Razón Trigonométrica	Notación	30°	37°	45°	53°	60°
seno	sen	1/2	3/5	$\sqrt{2}/2$	4/5	$\sqrt{3}/2$
coseno	cos	$\sqrt{3}/2$	4/5	$\sqrt{2}/2$	3/5	1/2
tangente	tan	$\sqrt{3}/3$	3/4	1	4/3	$\sqrt{3}$
cotangente	cot	$\sqrt{3}$	4/3	1	3/4	$\sqrt{3}/3$
secante	sec	$2\sqrt{3}/3$	5/4	$\sqrt{2}$	5/3	2
cosecante	csc	2	5/3	$\sqrt{2}$	5/4	$2\sqrt{3}/3$

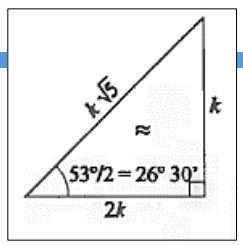
2.4.4. Sobre la base de los triángulos anteriores se pueden construir otros, de relativa importancia, para obtener de ellas sus razones trigonométricas.

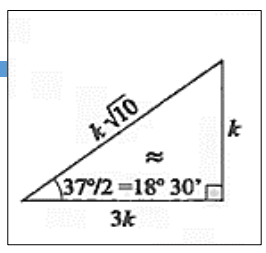












CEPREUNU

TRABAJANDO EN CLASES

1. Sabiendo que "α" es agudo y, además: tanα = sen30°. **Calcula: L = 4Sec²α + Cotα**

   A) 10 B) 8 C) 14 D) 7 E) 5

2. Sabiendo que: Senθ = Cos60°.Cos45°; θ es agudo, **calcula:**

   L = $\sqrt{Cot^2\theta+2}$

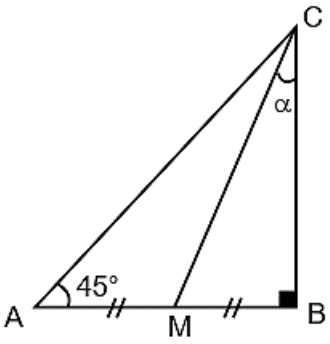
   A) 4 B) 6 C) 5 D) 7 E) 3

3. **Calcula "x" en la igualdad:**

   (x)(Sen30°) + Sec260° = (4x) (Tan37°) + Tan445°

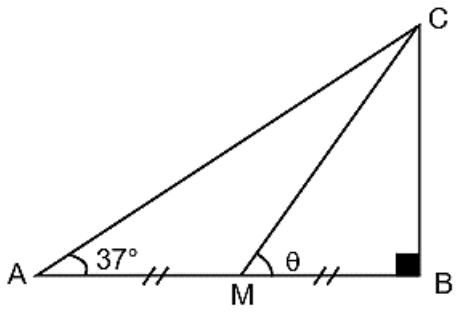
   A) 6/5 B) 5/6 C) 7/5 D) 5/7 E) 2/7

4. Del grafico mostrado, **calcula "Tanα".**



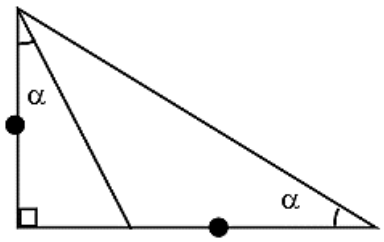
   A) 1/5 B) 1/6 C) 2/5 D) 1/7 E) 1/2

5. Del gráfico, **calcula "Tanθ".**



   A) 3/5 B) 3/2 C) 2/5 D) 2/3 E) 5/3

6. **Calcula: "Tanα + Ctgα".** De la figura:

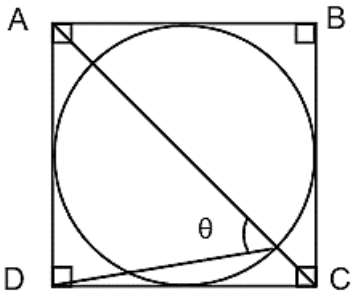


   A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{5}/2$ C) $2\sqrt{5}$ D) $\sqrt{5}/4$ E) $3\sqrt{5}$

7. La base de un triángulo isósceles mide 30u y la altura relativa a uno de los lados congruentes mide 24u. **halla el área de dicho triangulo.**

   A) 150 B) 180 C) 200 D) 300 E) 250

8. Si ABCD es un cuadrado, **halla "Tgθ".**



   A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}/2$ D) 2 E) $\sqrt{3}$

CEPREUNU

ACTIVIDAD DOMICILIARIA

9. Si Secθ = $\sqrt{7}$; **calcular: P = Tg²θ + $\sqrt{42}$Senθ**

A) 10 B) 12 C) 14 D) 18 E) 20

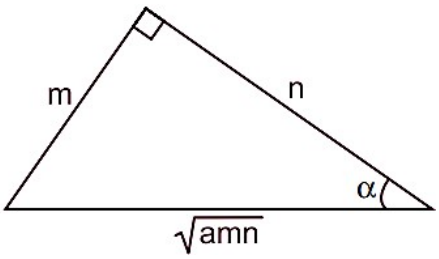
10. En un triángulo rectángulo ABC, recto en C, **reducir: P = Sec²A – Ctg²B + 1**

A) 2 B) a^2 C) b^2 D) c^2 E) 1

11. En un triángulo rectángulo se cumple que la diferencia de las medidas de la hipotenusa con uno de los catetos es 8 y con el otro es 9. **Calcular el valor de la tangente del mayor ángulo agudo de dicho triángulo.**

A) 7/15 B) 24/25 C) 21/20 D) 30/17 E) 41/40

12. Del gráfico, **calcular: L = Tanα + Cotα**



A) 1/a B) m C) a/2 D) a E) m^2

13. En un triángulo rectángulo (mA = 90°) el cuadrado de la hipotenusa es 10/3 del producto de los catetos. **Calcular la tangente del mayor ángulo agudo del triángulo.**

A) 5 B) 3 C) 1 D) 3,5 E) 2

SEMANA 04:

Geometría

1.5. TEORIA

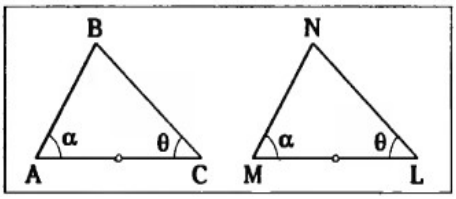
1. CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS:

1.1. Definición: Dos triángulos son congruentes, si tienen la misma forma y el mismo tamaño.

1.2. Casos de congruencia:

1.2.1. CASO A.L.A

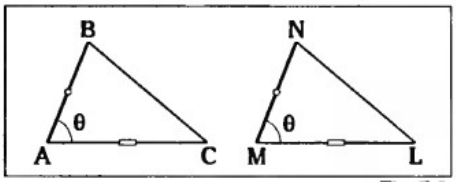
Dos triángulos son congruentes si tienen dos ángulos respectivamente congruentes y el lado adyacente a ambos respectivamente congruentes.



$$\text{Si: } \begin{cases} AC = ML \\ \measuredangle A \cong \measuredangle M \\ \measuredangle C \cong \measuredangle L \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC \cong \Delta MNL \quad \ldots (5.1)$$

1.2.2. CASO L.A.L

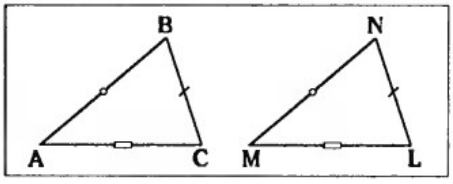
Dos triángulos son congruentes si tienen dos lados respectivamente congruentes y el ángulo comprendido entre ellos respectivamente congruentes.



$$\text{Si: } \begin{cases} AB = MN \\ \measuredangle A \cong \measuredangle M \\ AC = ML \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC \cong \Delta MNL \quad \ldots (5.2)$$

1.2.3. CASO L.L.L

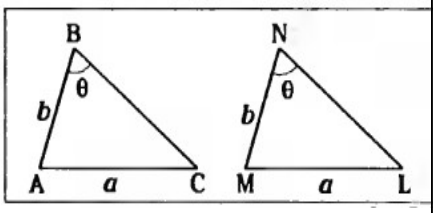
Dos triángulos son congruentes si tienen sus tres lados respectivamente congruentes.



$$\text{Si: } \begin{cases} AB = MN \\ BC = NL \\ AC = ML \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC \cong \Delta MNL \quad \ldots (5.3)$$

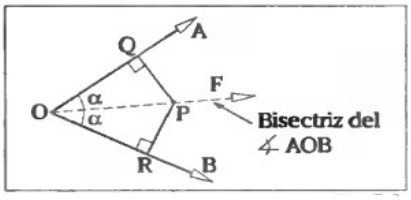
1.2.4. CASO A.L.Lma

Dos triángulos son congruentes si tienen dos lados respectivamente congruentes y el ángulo que se opone al mayor de ellos respectivamente congruentes.



$$\text{Si: } \begin{cases} AB = MN \\ AC = ML \\ \measuredangle B \cong \measuredangle N \\ AC > AB \\ ML > MN \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC \cong \Delta MNL \quad \ldots (5.4)$$

1.3. Teorema de la bisectriz de un ángulo: Todo punto de la bisectriz de un ángulo, equidista de sus lados.

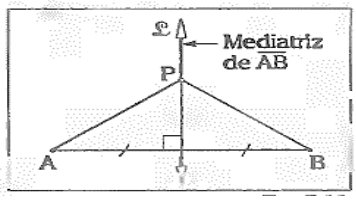


$$\text{Si: } \begin{cases} P \in \overrightarrow{OF} \\ \overline{PQ} \perp \overline{OA} \wedge \overline{PR} \perp \overline{OB} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad PQ = PR \text{ y } OR = OQ$$

Reciproco:
"Todo punto interior a un ángulo y que equidista de sus lados pertenece a su bisectriz".

1.4. Teorema de la mediatriz de un segmento: Todo punto de la mediatriz de un segmento equidista de sus extremos.



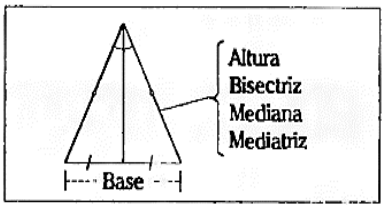
Sea ℒ la mediatríz del segmento AB , entonces :

$$\text{Si: } P \in \mathcal{L} \Rightarrow PA = PB \quad \ldots (5.10)$$

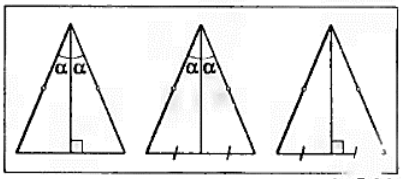
Reciproco:
Si un punto equidista de los extremos de un segmento entonces, este pertenece a la mediatriz del segmento.

1.4.1. Consecuencias:

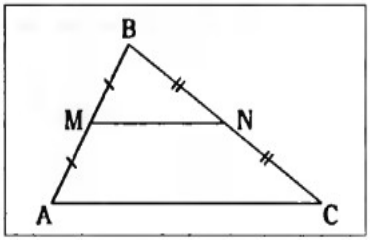
i. En un triángulo isósceles las líneas notables relativas a su base se confunden.



ii. Si en un triángulo una ceviana cumple con la función de 2 líneas notables, entonces el triángulo es isósceles.



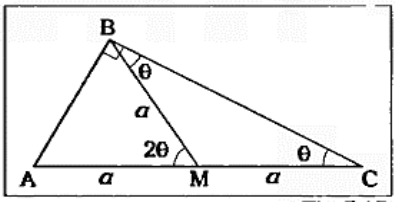
1.5. Teorema de la base media: En todo triángulo, el segmento que une los puntos medios de dos lados es paralelo al tercer lado y su longitud es igual a la mitad de su correspondiente longitud.



Si: $\overline{MN}$ es base media.

$$\Rightarrow \quad \overline{MN} \,//\, \overline{AC} \quad \wedge \quad MN = \frac{AC}{2}$$

1.6. Teorema de la mediana en un triángulo rectángulo: En todo triángulo rectángulo la longitud de la mediana relativa a la hipotenusa es igual a la mitad de su correspondiente longitud.



Si : $\overline{BM}$ es mediana , entonces :

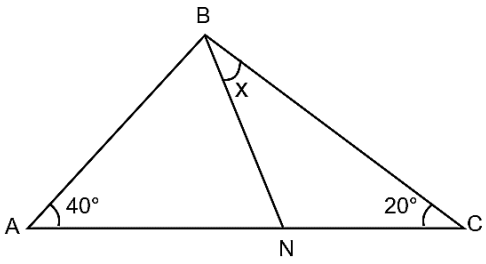
$$BM = \frac{AC}{2}$$

Luego : $m\measuredangle AMB = 2\,m\measuredangle C$

CEPREUNU

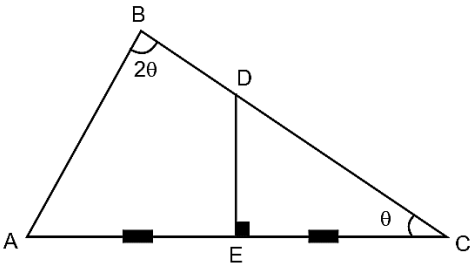
TRABAJANDO EN CLASES

1. **Halla "x",** si AB = NC.



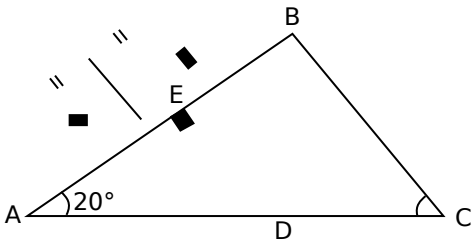
A) 10° B) 20° C) 15° D) 8°
E) 14°

2. **Halla "AB",** si CD = 5.



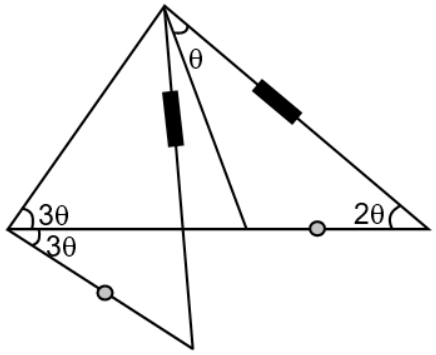
A) 2 B) 6 C) 4 D) 8 E) 5

3. **Calcular "θ"**



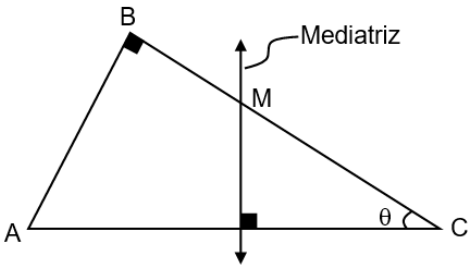
A) 40° B) 20° C) 45° D) 48°
E) 44°

4. Del gráfico, **calcula "θ".**



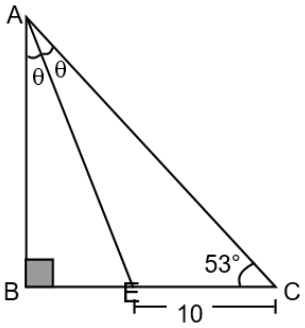
A) 10° B) 15° C) 20° D) 28°
E) 24°

5. Del gráfico, **calcula "θ".** Si MC = 2(BM).



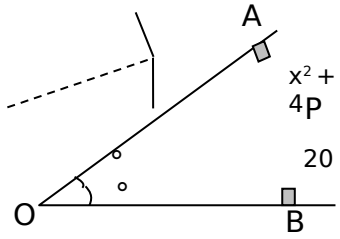
A) 10° B) 20° C) 15° D) 30°
E) 34°

6. Del gráfico, **calcula "BE".**



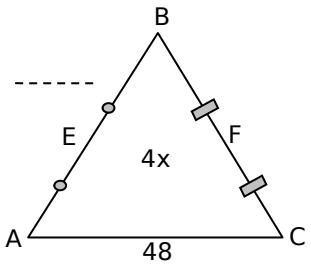
A) 3 B) 4 C) 7 D) 8
E) 9

7. **Calcular "x".**



A) 3 B) 4 C) 7 D) 8
E) 9

8. **Calcula "x".**



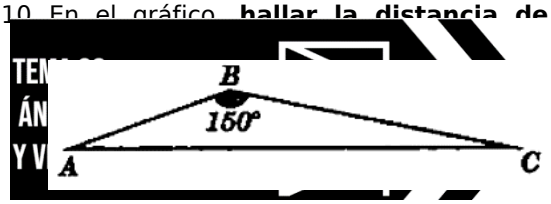
A) 3 B) 4 C) 7 D) 8
E) 6

CEPREUNU
ACTIVIDAD DOMICILIARIA

9. En el triángulo isósceles ABC (AB = BC) se traza la altura BH y se toma el punto medio "M" de BC, tal que: MH = 4. **Calcular "AB".**

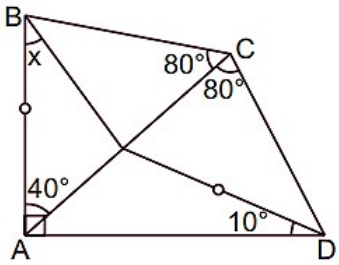
A) 6 B) 4 C) 12 D) 8
E) 10

10. En el gráfico, **hallar la distancia de**



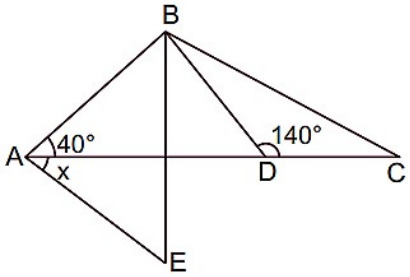
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6
E) 2

11. En el gráfico, **calcular x:**



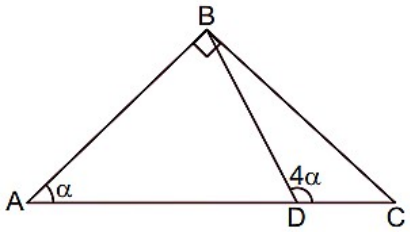
A) 10° B) 30° C) 15° D) 20°
E) 5°

12. En la figura mostrada, **calcular x,** si BC = BE y AE = DC.



A) 120° B) 100° C) 80° D) 90°
E) 60°

13. De la figura adjunta, AD = 11 m y DC = 3 m, **calcular BD.**



A) 2 B) 3 C) 6 D) 4
E) 5

Trigonometría

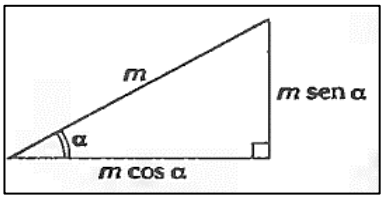
1.6. TEORIA

1. RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

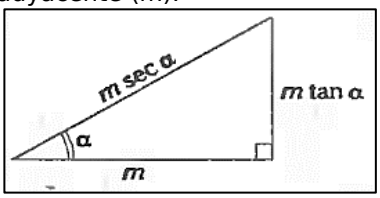
1.1. Definición: Resolver un triángulo rectángulo es determinar la longitud de sus lados y la medida de sus ángulos agudos, para lo cual deben ser conocidos al menos un lado y un ángulo agudo.
En la resolución de triángulos rectángulos se presenta tres casos los que se resuelven por medio de un determinado grupo de teoremas.

1.2. Teoremas

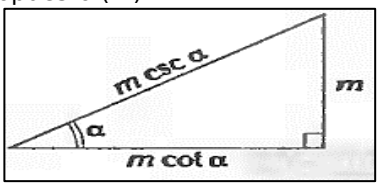
1.2.1. Teorema 1: Conocida la hipotenusa (m) y un ángulo agudo (α).



1.2.2. Teorema 2: Conocido un ángulo agudo (α) y su cateto adyacente (m).



1.2.3. Teorema 3: Conocido un ángulo agudo (α) y su cateto opuesto (m).



En general: En cualquier triángulo rectángulo, se tiene:

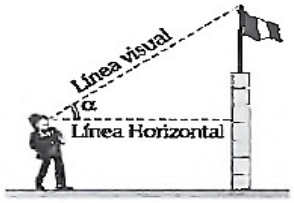
$$\text{Incógnita} = (\text{Dato}) \cdot \text{R.T.}(\angle)$$

Donde: $\dfrac{\text{Incógnita}}{\text{Dato}} = \text{R.T.}(\angle)$

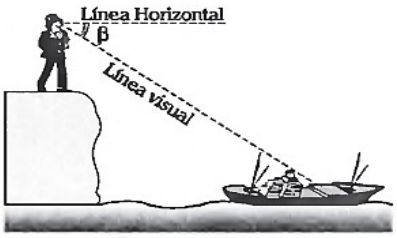
Siendo:

- **Incógnita:** el lado del triángulo rectángulo que se desea calcular.
- **Dato:** es el lado del triángulo rectángulo que se conoce.
- **R.T:** Es la razón trigonométrica que corresponde al dividir la incógnita entre el dato.

2. ÁNGULOS VERTICALES: Se denominan así a aquellos ángulos agudos, uno de cuyos lados se ubica sobre la línea horizontal mientras que el otro se localiza en el mismo plano vertical, por encima o por debajo de aquella, llamándose: ángulo de elevación y ángulo de depresión, respectivamente.

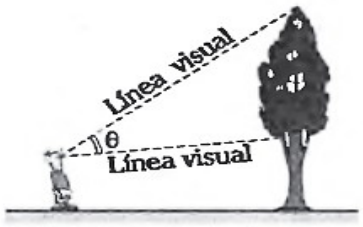


α: es la medida del ángulo de elevación

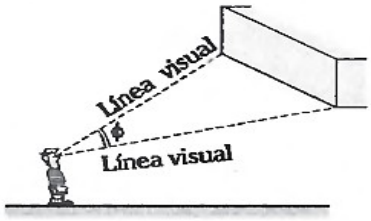


β: es la medida del ángulo de depresión

3. ÁNGULOS DE OBSERVACIÓN: Es el ángulo formado por dos líneas visuales que definen un campo de observación respecto de un observador.
Este ángulo puede ubicarse en cualquier plano: en un plano vertical (P.V.), en un plano horizontal (P.H.), y en cualquier otra orientación.



θ: ángulo de observación en el P.V.



ϕ: ángulo de observación en el P.H.

Nota: el ángulo de observación está comprendido entre 0º y 180º.

CEPREUNU
TRABAJANDO EN CLASES

1. Una persona de 2 m de estatura, ubicada a 32 m de una torre de 34 m de altura; divisa la parte más alta con un ángulo de elevación de:

   A) 28° B) 30° C) 37° D) 45°
   E) 60°

2. Un niño de 1,5 m; está ubicado a 6 m de una torre y observa su parte más alta con un ángulo de elevación

de 53°. **¿Cuál es la altura de la torre?**

A) 9 m B) 8 C) 7 D) 6,5 E) 9,5

3. Desde un punto que se encuentra a 48 m del pie de una torre el ángulo de elevación para la parte mas alta es 45°. **¿Cuánto debe acercar dicho punto para que el nuevo ángulo de elevación sea 53°?**

A) 10 m B) 6 C) 4 D) 16 E) 12

4. Desde un punto en tierra se divisa lo alto de una torre con un ángulo de elevación "α". Si el observador se acerca 20 m el ángulo de elevación seria "β". **Determinar la altura de la torre,** si además se sabe que: Ctgα – Ctg β = 0,25.

A) 10 m B) 80 m C) 160 m D) 240 m E) 40 m

5. Desde lo alto de un faro, se divisan dos barcos a un mismo lado del faro, con ángulos de depresión de 45° y 37°. Si la altura del faro es de 96 m. **¿Cuál sería la distancia entre los barcos?**

A) 4 m B) 8 m C) 16 m D) 32 m E) 64 m

6. Desde lo alto de un edificio se ve un punto en tierra con un ángulo de depresión "α" y a otro punto ubicado a la mitad entre el primer punto y el edificio, con ángulo de depresión "90° - α". **Determinar: $Ctg^2\alpha$**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 1/2

7. Desde la parte superior de un edificio de 6 pisos iguales el ángulo de depresión para un punto en el suelo es "β" y desde la parte más alta del cuarto piso el ángulo de depresión es "α". **Determinar: Tgα. Ctgβ**

A) 1/2 B) 2/3 C) 5/6 D) 4/5 E) 1

8. Una persona A se encuentra al este de otra persona B, si B se desplaza en dirección N(1/4)NE y la persona A en la dirección NO, se encuentran en el punto P. **determinar cuánto mide el ángulo APB.**

A) 45° B) 11° 25´ C) 47° 25´ D) 56° 25´ E) 12° 25´

CEPREUNU
ACTIVIDAD DOMICILIARIA

9. Un pueblo se encuentra a 25 km al norte de otro que a su vez está a 25 3 km al este de un tercero, **¿en qué dirección está el tercer pueblo del primero?**

A) N16°S B) N45°E C) N60°E D) N60°O E) S30°N

10. Desde el último piso de un edificio se observó un avión con un ángulo de elevación de 37°. Si la altura a la que vuela el avión es de 1000 m y la altura del edificio es de 100 m, **calcular la distancia del avión al último piso del edificio.**

A) 1000 m B) 1500 m C) 2500 m D) 900 m E) 1350 m

11. Una persona de 1,64 m de estatura divisa lo alto de un edificio con un ángulo de elevación de 37° y acercándose 30 m, nota que el ángulo de elevación se duplica. **Calcular la altura del edificio.**

A) 56,64 m B) 72,64 m C) 30,44 m D) 49,64 m E) 54,64 m

12. Desde 2 puntos ubicados al norte y oeste de un poste, se ve su parte más alta con ángulos de elevación de 30° y 45°. Si la distancia entre dichos puntos es de 12 m, **¿cuál es la altura del poste?**

A) 12 m B) 24 m C) 6 m D) 18 m E) 9 m

13. Desde dos puntos ubicados al sur y al este de un poste, se divisa su parte más alta con ángulos de elevación de 37° y 45°, respectivamente. Si la distancia entre los puntos de observación es de 20 m, **¿cuál es la altura del poste?**

A) 9 m B) 12 m C) 16 m D) 18 m E) 24 m